

L'algoritmo che combina matrimoni e trova dottori

Il Nobel a Roth e Shapley: matematica applicata alla vita reale

di **Fabrizio Galimberti**

Il mese scorso abbiamo parlato di un premio Nobel dell'economia di molti anni fa, Paul Samuelson. Volevamo aspettare prima di affrontarne un altro, ma l'attualità ci tirato per la manica: questo mese è stato assegnato un altro Nobel a due economisti americani. Prendiamolo al volo, perché è interessante.

L'economia è un modo di ragionare, e questo "modo di ragionare" può esercitarsi su tante questioni che non sembrano strettamente economiche. Per esempio, gli economisti hanno affrontato, armati dei ferri del mestiere, questioni come: la pena capitale riduce i crimini? La legalizzazione dell'aborto ha ridotto il tasso di delinquenza? Allora, quali sono i problemi affrontati dai due premiati?

Facciamo una premessa. Dei due il più anziano - Lloyd Shapley - ha oggi 89 anni, mentre il secondo - Alvin Roth - ne ha 60. Dietro questa differenza di età vi è un'interessante vicenda. Certe volte scoperte o invenzioni giacciono dormienti per decenni e poi vengono "riscoperte": si scopre, nel nostro caso, che quella che sembrava solo una teoria astratta si può applicare alla vita reale.

Nella fattispecie, Shapley, che è più un matematico che un economista, si era occupato negli anni Cinquanta e Sessanta, di un problema che sembra semplice: come assicurare che quando uno vuole qualcosa da un altro, alla fine dello scambio siano tutti contenti. Di solito questo problema è risolto dal mercato: nel mercato ci sono i prezzi, e lo scambio avviene attraverso i prezzi. Se qualcuno paga il prezzo è perché pensa sia conveniente pagarlo, e se qualcuno riscuote quel prezzo e dà qualcosa in cambio, è perché anche lui pensa che quella transazione sia conveniente.

Ma ci sono tanti casi in cui i prezzi non esistono, e Shapley tentò di risolvere uno di questi casi dandogli un divertente contorno: il matrimonio, o quanto meno l'appaiamento fra uomini e donne. Supponiamo, disse, che vi siano dieci uomini e dieci donne, ognuno/a dei quali ha certe preferenze rispetto alla persona con cui vuole appaiarsi. Come procedere in modo che alla fine

siano tutti contenti? (Nel gergo, questa situazione finale viene detta "stabile", nel senso che non vi sono altre situazioni in cui gli appaiamenti siano preferibili).

Shapley (insieme al suo collega David Gale, che non ha avuto il Nobel perché qualche anno fa è morto) dettò questa procedura: all'inizio ogni donna si propone all'uomo che preferisce. Poi ogni uomo guarda alle proposte che ha ricevute (se ne ha ricevute!), decide quale preferisce ma non l'accetta ancora (si tiene sulle sue...) e respinge le altre. Le donne che sono state respinte nella prima tornata tornano alla carica e indicano il secondo nella lista delle loro preferenze. Gli uomini annotano di nuovo quella che preferiscono fra le nuove proposte. E così via... fino a che le donne non hanno più proposte da fare. Ogni uo-

QUESTIONE DI DOMANDA E OFFERTA

In molti casi non sono i prezzi e il mercato a regolare gli scambi. È necessario allora individuare formule che fanno convergere interessi e necessità reciproci

mo accetta la proposta che ha davanti e il processo giunge al termine.

Questa procedura - si chiama un "algoritmo", l'algoritmo di Gale-Shapley - porta sempre (gli autori lo dimostrarono matematicamente) a una situazione stabile, in cui tutti sono soddisfatti dell'appaiamento loro assegnato.

Fin qui si trattava solo di un esercizio matematico. Ma qualche decennio più tardi l'altro premiato - Roth - si accorse che quell'algoritmo poteva servire a risolvere problemi molto più concreti di quello (un po' buffo) di organizzare matrimoni con quelle strane procedure.

Il problema che Roth doveva risolvere era quello degli internati. I giovani neodottori in America (e anche altrove) devono fare un internato presso un ospedale. Si tratta anche qui di fare incontrare le domande degli interni con l'offerta degli ospedali, e naturalmente

il meccanismo dei prezzi non si può usare. Si deve usare qualche altro modo per appaiare le preferenze dei neodottori con i posti resi disponibili dagli ospedali. Le procedure usate non erano soddisfacenti. Sia i giovani che gli ospedali spesso finivano con dover accettare situazioni che erano lontane dalle preferenze di ciascuno.

Roth rispolverò l'algoritmo Gale-Shapley e disegnò nuove procedure per far incontrare in modo efficiente (stabile) domanda e offerta. Poi l'invenzione fu affinata ulteriormente: per esempio, una coppia di neodottori vorrebbe fare l'internato assieme, e bisogna quindi che l'algoritmo tenga conto anche dei "doppi appaiamenti". Poi qualche astuto laureato in medicina scoprì che si potevano fare imbrogli: non accettando l'ospedale che in effetti preferivano e conoscendo i meandri dell'algoritmo si poteva finire dove si voleva... In un gioco di "guardie e ladri", Roth dovette rivedere ulteriormente le procedure.

E le applicazioni dei Gate-Shapley non finiscono qui. Può essere usato anche per appaiare gli studenti alle scuole pubbliche. A New York, per esempio, gli studenti che vogliono scegliere una scuola possono mandare una lista dei desideri, e poi le scuole scelgono da quegli elenchi. Ma in quella maniera finiva che migliaia di studenti dovevano poi andare a scuole che non erano neanche nella loro lista. Anche qui Roth applicò nuove procedure che ridussero del 90% il numero di studenti che finivano in scuole per le quali non avevano espresso preferenze.

Un altro compito assegnato a Roth riguardava le procedure per appaiare i pazienti bisognosi, mettiamo, di un trapianto di rene ai reni disponibili (non si possono certo assegnare al miglior offerente!). L'algoritmo di Gale-Shapley dovette essere ulteriormente affinato per tener conto anche delle incompatibilità, dei rigetti e le procedure si fecero ancora più complesse. Ma il problema doveva essere risolto, e fu risolto grazie all'antico genio matematico di Shapley e all'abilità di Roth nel ridisegnare quegli algoritmi per risolvere problemi della vita reale.

